# Formale Systeme Automaten und Prozesse

Abgabe 7
Abgabe: 19.06.2017

Georg C. Dorndorf Matr. Nr. 366511
Adrian C. Hinrichs Matr. Nr. 367129
Jan Bordihn Matr. Nr. 364705

| # 16 | # 17 | Σ |
|---|---|---|
| | | |

## Aufgabe 16

### Aufgabe 16.a

Konstruieren wir zuerst den Automat für $pre^*(\{ab\})$. Dazu besitzt der Automat 3 Zustände und die Sprache, die der Automat erkennt ist $L(\{ab\})$
**Sättigungsschritte vom Automaten L:**

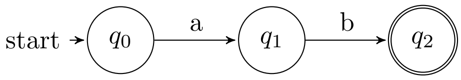


Abbildung 1: Automat von $L(\{ab\})$

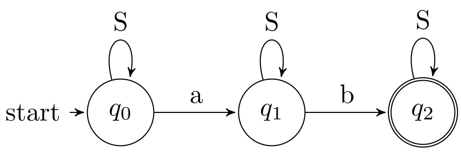


Abbildung 2: 1. Sättigung des Automaten von $L(\{ab\})$

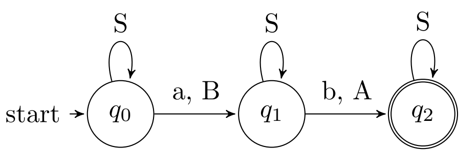


Abbildung 3: 2. Sättigung des Automaten von $L(\{ab\})$

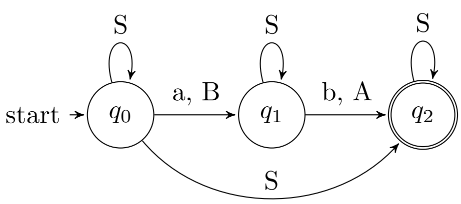


Abbildung 4: 3. Sättigung des Automaten von $L(\{ab\})$

$\Rightarrow ab \in L(G)$
Denn es gibt eine S Transition vom Zustand $q_0$ zum Endzustand $q_2$.

Konstruieren wir uns nun $pre^*(\{abab\})$. Um den Automaten für $pre^*$ zu konstruieren, konstruieren wir zu erst den Automaten der die Sprache $L(\{abab\})$ erkennt.

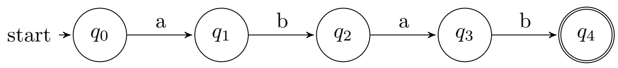


Abbildung 5: Automat von $L(\{abab\})$

**Sättigungsschritte vom Automaten L:**

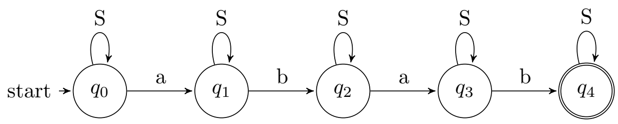


Abbildung 6: 1. Sättigung des Automaten von $L(\{abab\})$

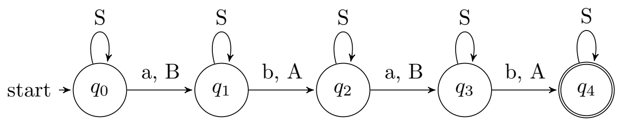


Abbildung 7: 2. Sättigung des Automaten von $L(\{abab\})$

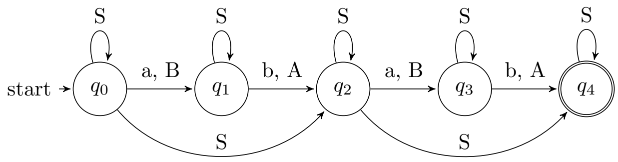


Abbildung 8: 3. Sättigung des Automaten von $L(\{abab\})$

Es gibt keine durchgängige S Transition, vom Startzustand $q_0$ zum Endzustand $q_4$ führt. Somit ist $abab \notin L(G)$.

### Aufgabe 16.b

Wir wollen heraus finden, ob AA als Unterwort in einem Wort der Grammatik enthalten ist. Damit dies gilt muss der Ausdruck $a^*AAb^*$ gelten. Denn von S kann nur ab, Ba und $\varepsilon$ abgeleitet werden. Da die letzte Ableitung nur ein Nichtterminal enthält müssen wir uns nur die ersten beiden Regeln anschauen. Dabei leitet A auf Sb und B auf aS ab. Wenn wir nun die Ableitungen zusammen führen, erhalten wir für aA die Regel aSb und für Bb dann ebenfalls die Regel aSb. Es fällt auf, das beide Regeln identisch sind. Somit müssen wir nur die Regel aSb betrachten. Daraus folgt, das Wörter der Sprache, nur gleich viele a's und b's je Ableitungsregel erhalten. Somit ergibt sich dieser Automat, wenn es ein Unterwort mit AA geben würde:

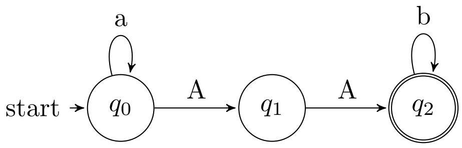


Abbildung 9: Automaten von L mit AA als Unterwort

**Sättigungsschritte vom Automaten L:**

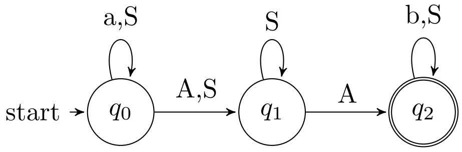


Abbildung 10: 1. Sättigung des Automaten von L mit AA als Unterwort

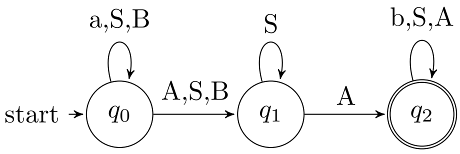


Abbildung 11: 2. Sättigung des Automaten von L mit AA als Unterwort

Weitere Sättigungen sind mit der Grammatik nicht mehr möglich. Es ist im Automaten zu erkennen, dass es keine S Transition von $q_0$ zu einem Endzustand existiert. Somit gilt das $a^*AAb^* \notin pre^*_G(L)$. Somit existiert kein Wort, das AA als Unterwort besitzt und in L(G) enthalten ist.

## Aufgabe 16.c

Nein, denn das Wort $aabb$ lässt sich durch $\underline{S} \to a\underline{A} \to a\underline{S}b \to aa\underline{A}b \to aa\underline{B}bb \to aabb$ und $\underline{S} \to \underline{B}b \to a\underline{S}b \to a\underline{B}bb \to aa\underline{S}bb \to aabb$, ableiten, somit gibt es mehr als ein Pfad um das Wort $aabb$ ab zuleiten, dem entsprechend kann Mann die Ableitung nicht genau und somit eindeutig angeben.

# Aufgabe 17

Wir überprüfen, ob gilt:

$$\begin{aligned} &\exists\, u, v \in L(G) :\; uv \in L((ab)^*) \\ &\Leftrightarrow SS \in pre^*_G((ab)^*) \end{aligned}$$

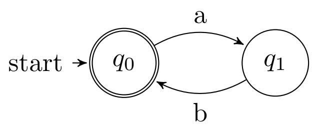


Abbildung 12: Initialer Automat zu $\mathrm{pre}^*_G((ab)^*)$

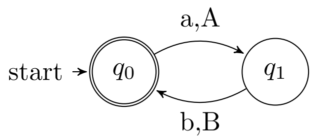


Abbildung 13: Automat nach dem 1. Sättigungsschritt

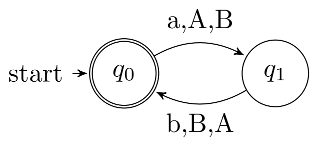


Abbildung 14: Automat nach dem 2. Sättigungsschritt

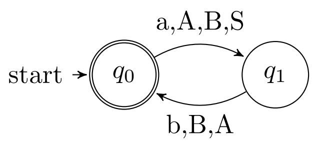


Abbildung 15: Automat nach dem 3. Sättigungsschritt

Nach drei Schritten tritt Saturiertheit auf. Da der Automat nun das Wort $SS$ nicht akzeptiert, existiert keine Zerlegung $uv$ für $(ab)^*$, so dass $u$ und $v$ in $L(G)$ sind.