Formale Systeme Automaten und Prozesse

Abgabe: 14.06.2017

Georg C. Dorndorf Matr. Nr. 366511
Adrian C. Hinrichs Matr. Nr. 367129
Jan Bordihn Matr. Nr. 364705

#10a	#10b	# 11	Σ

Aufgabe 10

a)

Eingelesener Teilstring	Aktive Zustände	Endzustand
-	$\varnothing$	✗
b	$\{0, 1\}$	✓
bb	$\{0, 1, 2\}$	✓
bbb	$\{0, 1, 2\}$	✓
bbba	$\{1, 2, 3\}$	✓
bbbab	$\{0, 2\}$	✗
bbbabb	$\{0, 1\}$	✓
bbbabba	$\{1, 2, 3\}$	✓
bbbabbaa	$\{1, 3\}$	✓
bbbabbaaa	$\{1, 3\}$	✓

Tabelle 1: Verhalten des Automaten

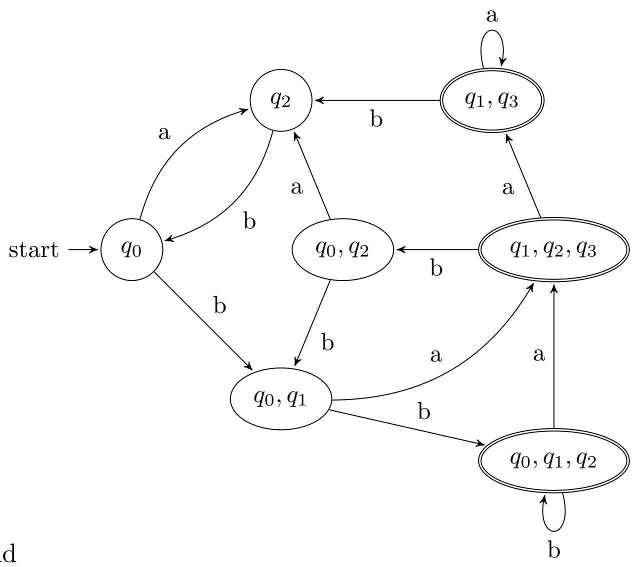
Wie in Tabelle 1 ersichtlich ist, akzeptiert der Automat den Ausdruck *bbbabbaaa*

b)

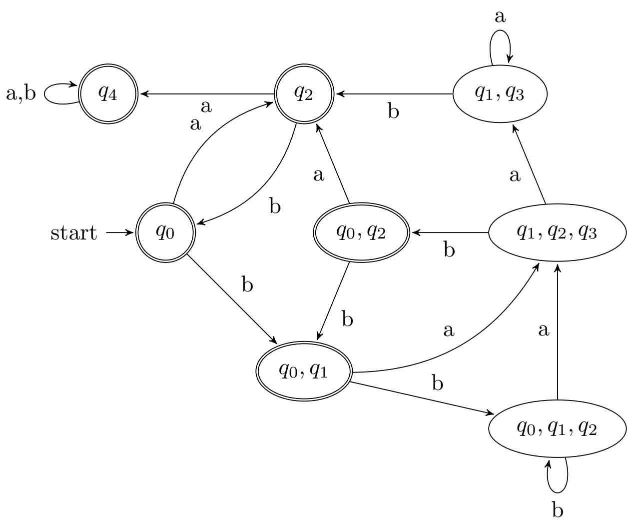
Um alle falsch kodierten Nachrichten mithilfe eines Automaten zu ermitteln ist führt der einfachste Weg über den Komplementärautomaten.

Wir überführen zunächst den in der Aufgabe gegebenen NFA in einen DFA. Dann bestimmen wir den entsprechenden Komplementärautomaten. Sei dazu die Sprache M mit $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ der aus der Aufgabenstellung resultierende Automat. Nach Vorlesung gilt für den Komplementärautomaten M': $M' := (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$. Wir ermitteln den Komplementärautomaten also indem wir für jeden Zustand sein Attribut darüber, ob es ein Enzustand ist oder nicht, ändern.

Seien die Zustände 0...3 im folgenden als $q_{[0,3]}$ definiert. Dann ergibt sich folgender NFA:



Die Eingabe a beim Zustand q_2 führt dabei in eine nicht ankzeptierende Senke. Und für den Komplementärautomaten dementsprechend in eine akzeptierende Senke. Wir erhalten folgenden Komplementärautomaten:



Nun wird aus dem Automaten mittels der STATE-REMOVAL-METHODE ein Regulärer Ausdruck gebildet.

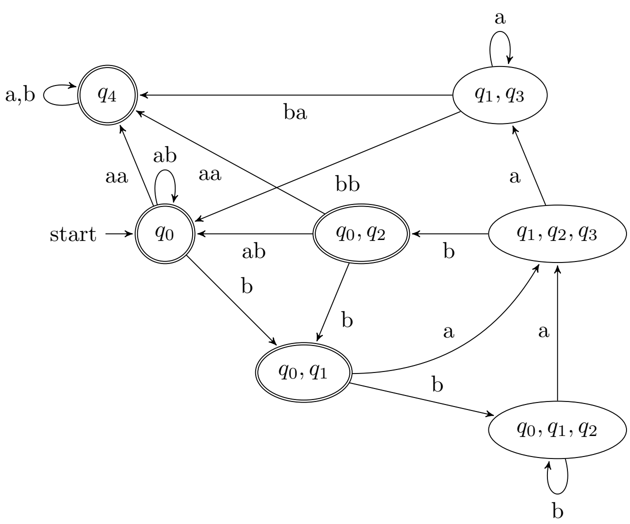


Abbildung 1: Automat nach Entfernung von q_2

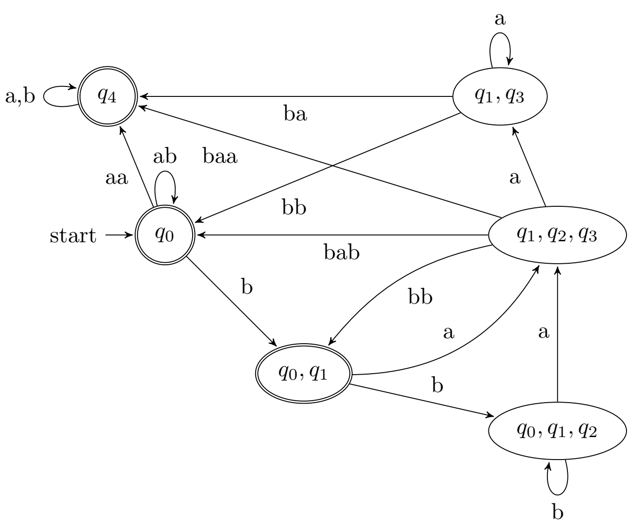


Abbildung 2: Automat nach Entfernung von q_{02}

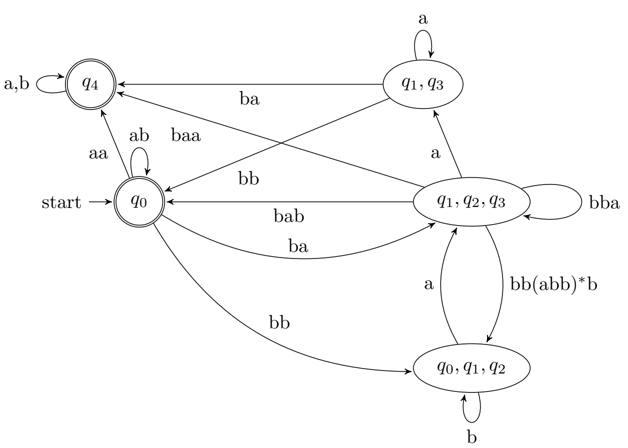


Abbildung 3: Automat nach Entfernung von q_{01}

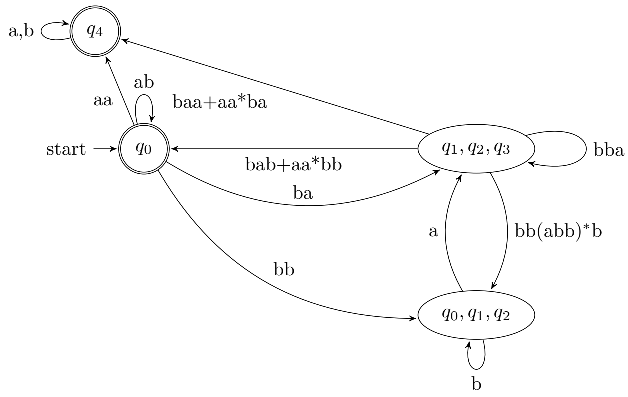


Abbildung 4: Automat nach Entfernung von und q_{13}

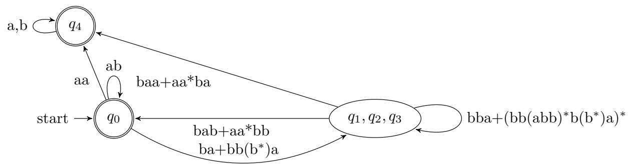


Abbildung 5: Automat nach Entfernung von (q_0, q_1, q_2)

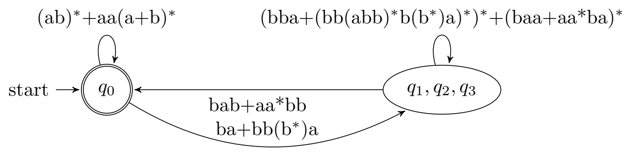


Abbildung 6: Automat nach Entfernung von (q_4)

Aus dieser letzten Zusammenfassung (Abbildung 6) lässt sich bereits der Reguläre ausdruck ablesen:

$$\Big(((ab)^* + aa(a+b)^*)^* \big((ba + bb(b^*)a) \\ ((bba + (bb(abb)^*b(b^*)a)^*)^* + (baa + aa^*ba)^*)^* \\ (bab + aa * bb)\big)\Big)^* \tag{I}$$

$$= \Big((ab + aa(a+b))^* \big((ba + bb(b^*)a) \\ ((bba + (bb(abb)^*b(b^*)a)^*)^* + (baa + aa^*ba)^*)^* \\ (bab + aa * bb)\big)^*\Big)^* \tag{II}$$

Aufgabe 11

Sei:

- $\Sigma := \{u, d, g, l, r\}$
- L die Sprache von Σ, die eine Turtle-Grafik darstellt, welche sich nicht überkreuzt.

Georg C. Dorndorf Matr. Nr. 366511
Adrian C. Hinrichs Matr. Nr. 367129
Jan Bordihn Matr. Nr. 364705

Annahme:
L ist regulär. dann gibt es ein $n \in \mathbb{N}$ für $|xy| \leq n$, sowie $|y| > 0$ und $xy^iz \in L$ für alle $i \geq 0$.

Wählen wir nun ein $w = g^b lg$ für ein $n = |w|$ mit $n \in \mathbb{N}$. Für ein $n \geq 2$.

$$b = \begin{cases} 1 & \text{, für } n = 2 \\ n-2 & \text{, für } n > 2 \end{cases}$$

Das Wort w, kann nun in ein x, y und ein z, für ein $k = |x|$, wobei $k = n - 3$, zerlegt werden. Somit ist $x = g_1 \ldots g_k$, sowie $y = g_{k+1}\ l_{k+2}$ und $z = g_{k+3}$.

Wenn L nun regulär ist, können wir y pumpen. Wählen wir nun $i = 36$, für $i \in \mathbb{N}$. Dabei bildet das Wort $xy^{36}z$ einen Kreis, den $y = gl^{36}$ dreht sich um 360°. Somit sind wir nach 36 Iterationen, beim Beginn des Kreises.

Also würde ein weiteres g den Kreis überschneiden. Nun ist im letzten Teilwort $z = g$, somit ist der Kreis nach einem weiteren g geschnitten.

Damit ist $xy^{36}z \notin L$, somit scheitert das Pumping-Lemma $\Rightarrow L(\Sigma)$ ist nicht regulär