Betriebssysteme und Softwaretechnik

Abgabe 7
Abgabe: 06.07.2017

Adrian C. Hinrichs Matr.Nr. 367129
Jeremias Merten Matr.Nr. 367626
Georg C. Dorndorf Matr.Nr. 366511

Aufgabe 7

Aufgabe 7.1

a)

Die Kendall Klassifikation eines allgemeinen Bediensystems folgt folgender Notation $F_1|F_2|n_1|n_2|n_3 - S$. Es ist

- F_1 der Verteilungstyp der Zwischenankunftszeiten
- F_2 der Verteilunstyp der Bedienzeiten in den Servern
- n_1 die Anzahl der Server
- n_2 die Kapazität – maximale Anzahl der Kunden im System
- n_3 die maximale Anzahl von Kunden, die im System ankommen und bedient werden wollen
- S die Scheduling-Strategie

Die Verteilungen von F_1 und F_2 sind meistens:

- M (Markov- oder memoryless distribution):(negative) Exponential-Verteilung
- D (determinitstic distribution): Zeiten sind genau bekannt
- G general distribution

Per Konvention gilt: Falls außer F_1 und F_2 größen nicht spezifiziert werden wird allgemein angenommen:

$$n_1 = n_2 = n_3 = \infty, \qquad S = \text{FCFS}$$

b)

Aus dem Text der Aufgabestellung ergibt sich in der Kendall Notation folgendes System:

$$M|M|4 - \text{FCFS}$$

- $F_1 = M$ für die Zwischenankunftszeiten, da »(die Zwischenankunftszeiten seien exponentialverteilt)«
- M für den Verteilungs der Bedienzeiten, da $F_1 = M$
- $n_1 = 4$, da »Ein von Ihnen neu erworbener Rechner besitze 4 Prozessoren.«
- $n_2 = n_3 = \infty$, da nicht näher spezifiziert
- S = FCFS, da »Ist ein Prozessor frei, so wird der Job dem Prozessor zugewiesen und verarbeitet. Sind alle Prozessoren belegt, so werden die Jobs in einer Warteschlange eingereiht.«

c)

Mit VL[1] ergibt sich aus $M|M|4 - \text{FCFS}$ folgener Zustandsgraph.

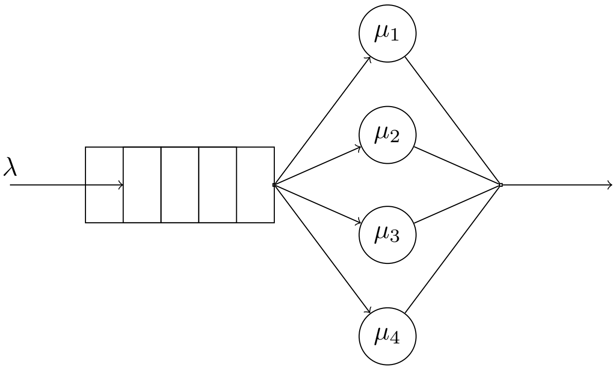

Abbildung 1: Zustandsgraph

d)

Da das System in einem stabilen Zustand ist ist die Bilanzgleichung nach VL:

$$\frac{d}{dt}\pi_i = 0 \Leftrightarrow \lambda\pi_0(t) = (m \cdot \mu)\pi_1(t)$$

Aufgabe 7.2

a)

Nach Vorlesung ist der Durchsatz:

$$\mu \cdot (1 - \pi_0).$$

Da $\rho \neq 1$ für $M|M|1|k$ Systeme, gilt:

$$\pi_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{k+1}}$$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow \mu \cdot (1-\pi_0) &= \mu \cdot \left(1 - \frac{1-\rho}{1-\rho^{k+1}}\right)\\ &= \mu \cdot \left(\frac{1-\rho^{k+1}-1+\rho}{1-\rho^{k+1}}\right)\\ &= \mu \cdot \left(-\frac{\rho^k}{1-\rho^{k+1}}\right)\end{aligned}$$

Es gilt offensichtlich $|\rho^k| < |1-\rho^{k+1}|$, somit ist die Funktion für wachsende k konvergent gegen 0 ist, ist $\pi_0 < 1$ und damit der Durchsatz von S_1 mit der Bedienrate μ kleiner oder gleich dem Durchsatz von S_2 mit der Bedienrate 2μ.

[1] Folie 350 02-Jul-17

b)

Es gilt

$$\lambda_{S_1} = \lambda,\ \lambda_{S_2} = \frac{\lambda}{2}$$

und

$$\mu_{S_1} = \mu_{S_2} = \mu.$$

Daher gilt insgesammt nach Vorlesung:

$$\rho_{S_1} = \frac{\lambda_{S_1}}{\mu_{S_1}} = \frac{\lambda}{\mu} > \frac{\frac{\lambda}{2}}{\mu} = \frac{\lambda_{S_2}}{\mu_{S_2}} = \rho_{S_2}$$

Aufgabe 7.3

Sei $\mu = 0.5$. Es gilt nach VL für

$$\pi_{i>0} : \pi_0 \frac{K!}{(K-i)!}\rho^i$$

wir erhalten mit der Normierungsbedingung[2]:

$$\sum_{i\in[0,K]} \pi_0 \frac{K!}{(K-i)!}\rho^i = 1$$
$$\Leftrightarrow \pi_0 = 1 - \sum_{i\in[1,K]} \pi_0 \frac{K!}{(K-i)!}\rho^i$$

a)

Sei $K = 20$.

$$\overset{(??)}{\Rightarrow} \pi_0(20) = 0.521307$$
$$= 1 - \sum_{i\in[1,K]} \pi_0 \frac{K!}{(K-i)!}(\frac{\lambda}{\mu})^i$$
$$\Leftrightarrow 0.521307 = 1 - \sum_{i\in[1,20]} \pi_0 \frac{20!}{(20-i)!}(\frac{\lambda}{0.5})^i$$
$$\overset{3}{\Leftrightarrow} -\lambda = 0.00828503 \vee \lambda = 0.00828503$$

b)

Sei $K = 50$.

$$\overset{(??)}{\Rightarrow} \pi_0(50) = 0.018690671$$
$$= 1 - \sum_{i\in[1,K]} \pi_0 \frac{K!}{(K-i)!}(\frac{\lambda}{\mu})^i$$
$$\Leftrightarrow 0.018690671 = 1 - \sum_{i\in[1,20]} \pi_0 \frac{50!}{(50-i)!}(\frac{\lambda}{0.5})^i$$
$$\overset{3}{\Leftrightarrow} -\lambda = 0.034641 \vee \lambda = 0.00504844$$

[2]Folie 359 02-Jul-17
[3]Durch Lösen der Gleichung

□ **Aufgabe 7.4**

a)

Aus der Darstellung des Systems lässt sich erkennen, dass es sich um ein $M|M|3|k|\infty$-System handelt.[4]

- 3, da das System μ_1, μ_2, μ_3 hat
- k, da das System einen Lost-Customer Zweig hat, in den ein Benutzer mit der Wahrscheinlichkeit π_k gelangt

b)

Es lässt sich erkennen, dass es sich um ein $M|M|2|\_|1|1$-Terminal-System handelt.[5]

□

- 2, da das System über zwei bearbeitende Einheite μ_1, μ_2 verfügt
- 1, da das System über ein Terminal verfügt

Aufgabe 7.5

a)

Es handelt sich um ein $M|M|1|\_|6$ System, da die einzelnen Programmierer je sechs Telefonate (also insgesammt 36) führen. Aus der Aufagebnstellung wird ersichtlich, dass die Programmierer Zeit zwischen den Telefonaten haben, logischerweise keine zwei Telefonate gleichzeitig führen können und die telefonate nicht voneinander abhängig sind. Daher modellieren wir jedes Telefonat als eine Aktion im Termialsystem.

b)

$$\lambda = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$
$$\mu = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$
$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{3}{4}$$

Es gilt:

$$\pi_i = \pi_0 \cdot \frac{6!}{(6-i)!} \cdot \rho^i$$

Nach Vorlesung gilt:

$$1 = \sum_{i\in[0,6]} \pi_i$$
$$\Leftrightarrow 1 = \sum_{i\in[1,6]} \pi_0 \frac{6!}{(6-i)!}\rho^i$$
$$= \pi_0 \sum_{i\in[1,6]} \frac{6!}{(6-i)!}\rho^i$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sum_{i\in[1,6]} \frac{6!}{(6-i)!}\rho^i} = \pi_0$$
$$\Leftrightarrow \frac{256}{124393} = \pi_0$$

[4]Und offensichtlich mit Folie 355 02-Jul-17
[5]Mit Folie 357 02-Jul-17

Adrian C. Hinrichs Matr.Nr. 367129
Jeremias Merten Matr.Nr. 367626
Georg C. Dorndorf Matr.Nr. 366511

Die Blockierwahrscheinlichkeit $Pr\{N \geq 1\}$ beläuft sich nach Vorlesung auf:

$$\begin{aligned}
Pr\{N \geq 1\} &:= \sum_{i=1}^{6} \pi_i \\
&= \sum_{i=0}^{6} \pi_i - \pi_0 \\
&= 1 - \pi_0 \\
&= 1 - \frac{256}{124393} \\
&= \frac{124393 - 256}{124393} \\
&= \frac{124137}{124393} \\
&\approx 0.998
\end{aligned}$$

c)

Die Arbeitszeit[6][7] berechnet sich aus

$$\begin{aligned}
12 - (E\{T\} + \mu) &= 12 - (E\{T\} + \mu) \\
&= 12 - (\frac{6}{\frac{1}{4}(1 - \pi_0(K))} - \frac{1}{\lambda} + \mu) \\
&= 12 - (\frac{6}{\frac{1}{4}(1 - \frac{256}{124393})} - 2 + 4) \\
&= 12 - (\frac{6}{\frac{1}{4}(1 - \frac{256}{124393})} + 2) \\
&\approx 12 - (\frac{6}{\frac{1}{4}} - 2 + 4) \\
&= 12 - (24 - 2 + 4) \\
&= -14
\end{aligned}$$

Die Programmierer kommen also aufgrund der schlechten Bedingungen garnicht mehr zum Arbeiten.

d)

Die Wahrscheinlichkeit, dass das Telefon eine Stunde lang unbenutzt ist, beläuft sich nach Vorlesung auf genau $\pi_0(x) = \pi_0 = \frac{256}{124393} \approx 0.002$, ist also verschwindend gering.

[6] Ausgehend davon, dass die Programmierer tatsächlich arbeiten

[7] Ohne Unterbrechungen außer dem Telefonieren. Dies umfasst das Fehlen von gesetzliche Pausen, Raucherpause, Pinkelpausen, Kompilationspausen etc.